MODUL AJAR DEEP LEARNING
MATA PELAJARAN : MATEMATIKA
BAB: 3. KOMBINATORIK

A. IDENTITAS MODUL

Nama Sekolah	**:**	**.....**
Nama Penyusun	**:**	**.....**
Mata Pelajaran	**:**	**Matematika**
Elemen 2	**:**	**Permutasi**
Fase / Kelas /Semester	**:**	**F / XII / Genap**
Alokasi Waktu	**:**	**2 Pertemuan (4 x 45 menit)**
Tahun Pelajaran	**:**	**2024 / 2025**

B. IDENTIFIKASI KESIAPAN PESERTA DIDIK

Sebelum memulai pembelajaran Permutasi, peserta didik diharapkan memiliki pemahaman dasar tentang konsep bilangan cacah, operasi perkalian, dan faktorial. Minat peserta didik akan diukur melalui observasi awal terkait ketertarikan mereka pada masalah-masalah yang melibatkan pengaturan atau penyusunan objek. Latar belakang belajar peserta didik dapat bervariasi, ada yang lebih menyukai pendekatan visual, auditori, maupun kinestetik. Kebutuhan belajar akan diakomodasi melalui diferensiasi konten dan proses.

C. KARAKTERISTIK MATERI PELAJARAN

Materi Permutasi termasuk dalam jenis pengetahuan prosedural dan konseptual. Relevansinya dengan kehidupan nyata sangat tinggi, seperti dalam menentukan susunan jadwal, password, atau urutan antrean. Tingkat kesulitan materi ini berada pada kategori sedang hingga tinggi, tergantung pada kompleksitas kasus yang diberikan. Struktur materi diawali dengan konsep dasar permutasi, dilanjutkan dengan permutasi unsur berbeda, permutasi unsur sama, dan permutasi siklis. Integrasi nilai dan karakter akan ditekankan pada ketelitian, ketekunan, dan kemampuan memecahkan masalah.

D DIMENSI LULUSAN PEMBELAJARAN

Berdasarkan tujuan pembelajaran dan karakteristik materi, dimensi profil lulusan yang akan dicapai adalah:

- **Penalaran Kritis:** Peserta didik mampu menganalisis permasalahan terkait permutasi dan memilih strategi penyelesaian yang tepat.
- **Kemandirian:** Peserta didik mampu mengidentifikasi masalah, menyusun rencana, dan menyelesaikan tugas-tugas permutasi secara mandiri.
- **Kolaborasi:** Peserta didik mampu bekerja sama dalam kelompok untuk memecahkan masalah permutasi yang kompleks.
- **Kreativitas:** Peserta didik mampu menemukan berbagai cara penyelesaian masalah permutasi dan mengaplikasikannya dalam konteks yang berbeda.

DESAIN PEMBELAJARAN

A. CAPAIAN PEMBELAJARAN (CP) NOMOR : 32 TAHUN 2024

Pada akhir fase F, peserta didik dapat menentukan fungsi Invers, komposisi fungsi dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata berdasarkan fungsi yang sesuai (linier, kuadrat, eksponensial). peserta didik menerapkan teorema tentang lingkaran, dan menentukan panjang busur dan luas juring lingkaran. Peserta didik juga dapat mengevaluasi berbagai laporan berbasis statistik.

Fase F Berdasarkan Elemen

Elemen	Capaian Pembelajaran
Bilangan	-
Aljabar dan Fungsi	Di akhir fase F, peserta didik dapat menentukan fungsi Invers, komposisi fungsi dan transformasi fungsi untuk memodelkan situasi dunia nyata berdasarkan fungsi yang sesuai (linier, kuadrat, eksponensial).
Pengukuran	-
Geometri	Di akhir fase F, peserta didik menerapkan teorema tentang lingkaran, dan menentukan panjang busur dan luas juring lingkaran.
Analisis Data dan Peluang	Di akhir fase F, peserta didik dapat merumuskan pertanyaan, mengumpulkan informasi, menyajikan, menganalisis, hingga menarik kesimpulan dari suatu data dengan membuat rangkuman statistik deskriptif. mengevaluasi proses acak yang mendasari percobaan statistik,. Mereka menggunakan peluang bebas dan bersyarat untuk menafsirkan data.
Fungsi	-
Kalkulus	-

B. LINTAS DISIPLIN ILMU

Materi Permutasi memiliki relevansi dengan beberapa disiplin ilmu lain, antara lain:

- **Informatika/Ilmu Komputer:** Konsep permutasi digunakan dalam algoritma pengurutan data, kriptografi, dan keamanan siber (misalnya, kemungkinan kombinasi password).
- **Ekonomi/Bisnis:** Dalam pengambilan keputusan terkait penentuan urutan produksi, penjadwalan, atau strategi pemasaran.
- **Biologi:** Dalam analisis genetik dan probabilitas kejadian tertentu.

C. TUJUAN PEMBELAJARAN

Pertemuan 1: Konsep Dasar Permutasi dan Permutasi Unsur Berbeda

- Mengidentifikasi pengertian permutasi sebagai pengaturan objek dengan memperhatikan urutan, melalui diskusi kelompok dengan tepat.
- Menghitung banyaknya permutasi dari n unsur berbeda dengan menggunakan rumus $P(n,n)=n!$ secara mandiri dan teliti.
- Menghitung banyaknya permutasi dari n unsur yang diambil r unsur berbeda dengan

menggunakan rumus $P(n,r)=(n-r)!n!$ melalui penyelesaian studi kasus dengan benar.

Pertemuan 2: Permutasi Unsur Sama dan Permutasi Siklis

- Menghitung banyaknya permutasi dari n unsur yang mengandung k1,k2,...,km unsur yang sama dengan menggunakan rumus $P=k1!k2!...km!n!$ melalui latihan soal dengan cermat.
- Menghitung banyaknya permutasi siklis dari n unsur dengan menggunakan rumus $Psiklis=(n-1)!$ melalui simulasi dan diskusi kelompok.
- Menganalisis dan menyelesaikan masalah kontekstual yang melibatkan permutasi unsur sama dan permutasi siklis dengan menerapkan penalaran kritis.

D. TOPIK PEMBELAJARAN KONTEKSTUAL

Topik pembelajaran akan berfokus pada masalah-masalah nyata yang dapat diselesaikan menggunakan konsep permutasi, seperti:

- Menentukan banyaknya susunan kepengurusan kelas (ketua, sekretaris, bendahara) dari beberapa calon.
- Menghitung banyaknya cara menyusun angka-angka untuk membentuk bilangan tertentu.
- Menentukan banyaknya kata yang dapat dibentuk dari huruf-huruf dalam sebuah kata, termasuk jika ada huruf yang sama.
- Menghitung banyaknya cara orang duduk mengelilingi meja bundar.
- Aplikasi permutasi dalam pembuatan kode PIN atau password.

E. KERANGKA PEMBELAJARAN

PRAKTIK PEDAGOGIK:

- **Model Pembelajaran:** Problem-Based Learning (PBL) dan Discovery Learning.
- **Strategi Pembelajaran:** Kooperatif (diskusi kelompok, think-pair-share), eksplorasi, dan pemecahan masalah.
- **Metode Pembelajaran:** Diskusi, tanya jawab, presentasi, dan latihan soal.

KEMITRAAN PEMBELAJARAN:

- **Lingkungan Sekolah:** Perpustakaan (untuk mencari referensi tambahan), laboratorium komputer (untuk simulasi atau eksplorasi online).
- **Lingkungan Luar Sekolah/Masyarakat:** Mengajak peserta didik untuk mengamati aplikasi permutasi dalam kehidupan sehari-hari (misalnya, susunan tempat duduk di bioskop, antrean bank, dll.).
- **Orang Tua/Wali:** Menginformasikan materi yang akan dipelajari agar orang tua dapat mendukung proses belajar anak di rumah.

LINGKUNGAN BELAJAR:

- **Ruang Fisik:** Ruang kelas yang diatur fleksibel untuk diskusi kelompok, dilengkapi papan tulis/layar interaktif.
- **Ruang Virtual:** Pemanfaatan platform Google Classroom sebagai pusat informasi, pengumpulan tugas, dan forum diskusi.
- **Budaya Belajar:** Mendorong budaya belajar yang kolaboratif, saling menghargai, dan berani mencoba. Mengedepankan prinsip *growth mindset* dan meminimalkan rasa takut salah.

PEMANFAATAN DIGITAL:

- **Perpustakaan Digital:** Mengarahkan peserta didik untuk mencari sumber belajar tambahan tentang permutasi dari jurnal atau artikel online.
- **Forum Diskusi Daring:** Membuat forum diskusi di Google Classroom untuk pertanyaan dan berbagi ide di luar jam pelajaran.
- **Kahoot!/Quizizz:** Digunakan sebagai alat evaluasi formatif yang interaktif dan menyenangkan untuk menguji pemahaman konsep dasar.
- **GeoGebra/Desmos:** Untuk visualisasi atau simulasi konsep permutasi jika memungkinkan (misalnya, untuk membayangkan posisi objek).
- **YouTube/Video Edukasi:** Menayangkan video animasi atau tutorial singkat tentang permutasi untuk memperkaya pemahaman visual.

F. LANGKAH-LANGKAH PEMBELAJARAN BERDIFERENSIASI

Pendekatan Deep Learning:

- **Mindful Learning (Pembelajaran Berkesadaran):** Fokus pada pemahaman yang mendalam, bukan sekadar menghafal rumus.
- **Meaningful Learning (Pembelajaran Bermakna):** Menghubungkan konsep permutasi dengan konteks nyata dan relevan bagi peserta didik.
- **Joyful Learning (Pembelajaran Menggembirakan):** Menciptakan suasana belajar yang positif, interaktif, dan menantang secara positif.

PERTEMUAN 1:

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

- **Pembukaan & Apresiasi:** Guru menyambut peserta didik dengan ceria, menanyakan kabar, dan mengapresiasi kehadiran mereka. (Joyful Learning)
- **Apersepsi & Motivasi:** Guru mengajukan pertanyaan pemantik yang memicu rasa ingin tahu, misalnya: "Pernahkah kalian berpikir berapa banyak cara berbeda kita bisa mengatur posisi duduk 3 teman di 3 kursi yang berbeda?" atau "Jika kalian punya 4 buku berbeda, berapa banyak cara kalian bisa menyusunnya di rak buku?" Ini akan menstimulasi pemikiran mindful dan menghubungkan materi dengan kehidupan nyata. (Mindful Learning, Meaningful Learning)
- **Penyampaian Tujuan:** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran untuk pertemuan ini dengan jelas.
- **Asesmen Awal (Diferensiasi Kesiapan):** Guru memberikan 2-3 soal singkat (misalnya, menghitung faktorial sederhana atau menentukan urutan objek dalam kasus yang sangat mudah) melalui kuis interaktif (misal: Kahoot!). Hasil kuis ini akan memberikan gambaran awal kesiapan peserta didik dan membantu guru dalam membagi kelompok belajar atau memberikan perhatian khusus.

KEGIATAN INTI (60 MENIT)

Eksplorasi Konsep (Meaningful Learning):

- Guru menyajikan masalah kontekstual sederhana (misalnya, menyusun 3 huruf A, B, C).
- Peserta didik secara individu atau berpasangan diminta untuk mencoba berbagai kemungkinan susunan dan mencatatnya.
- Diskusi kelas: Peserta didik berbagi hasil temuan mereka. Guru membimbing untuk

menyadari adanya pola dan pentingnya urutan.

Pengenalan Definisi & Rumus (Mindful Learning):

- Dari hasil eksplorasi, guru memperkenalkan definisi permutasi dan rumus permutasi $P(n,n)=n!$ serta $P(n,r)=(n-r)!n!$.
- Guru memberikan contoh soal dan langkah-langkah penyelesaiannya secara bertahap.

Latihan & Diskusi Kelompok (Kolaborasi, Joyful Learning):

- Peserta didik dibagi menjadi kelompok-kelompok kecil (diferensiasi berdasarkan hasil asesmen awal, bisa kelompok heterogen atau homogen untuk fokus pada kebutuhan tertentu).
- Setiap kelompok diberikan lembar kerja berisi masalah kontekstual yang bervariasi tingkat kesulitannya (diferensiasi konten).
- Peserta didik berdiskusi dan berkolaborasi dalam menyelesaikan masalah. Guru berkeliling, membimbing, dan memberikan umpan balik.
- Guru mendorong penggunaan strategi yang berbeda untuk memecahkan masalah (Kreativitas).

Presentasi Kelompok & Penguatan Konsep (Komunikasi, Penalaran Kritis):

- Beberapa kelompok mempresentasikan hasil diskusi mereka di depan kelas.
- Guru dan peserta didik lain memberikan tanggapan dan pertanyaan. Guru meluruskan miskonsepsi dan menguatkan pemahaman konsep.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

Refleksi Diri (Mindful Learning):

- Guru meminta peserta didik menuliskan di sticky notes: "Apa yang paling menarik dari pembelajaran hari ini?" dan "Apa yang masih membingungkan?"
- Guru dapat memilih beberapa sticky notes untuk dibacakan dan didiskusikan secara singkat.
- **Kesimpulan Pembelajaran:** Guru bersama peserta didik menyimpulkan materi yang telah dipelajari hari ini.
- **Umpan Balik Konstruktif:** Guru memberikan apresiasi atas partisipasi dan kerja keras peserta didik. Guru memberikan umpan balik umum mengenai pemahaman materi dan area yang perlu ditingkatkan.
- **Rencana Pembelajaran Selanjutnya:** Guru menyampaikan gambaran singkat materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya (permutasi unsur sama dan siklis) dan memberikan tugas rumah berupa latihan soal sederhana.

PERTEMUAN 2:

KEGIATAN PENDAHULUAN (15 MENIT)

- **Pembukaan & Review:** Guru membuka pelajaran, menyapa peserta didik, dan mengajak mereka mereview singkat materi permutasi unsur berbeda melalui tanya jawab cepat atau kuis singkat (misal: menggunakan Mentimeter untuk melihat pemahaman secara anonim). (Mindful Learning)
- **Koneksi Materi:** Guru mengaitkan materi sebelumnya dengan materi yang akan dipelajari, misalnya dengan mengajukan pertanyaan: "Bagaimana jika ada huruf yang sama dalam sebuah kata? Apakah cara menghitung susunannya tetap sama?" (Meaningful Learning)

- **Penyampaian Tujuan:** Guru menyampaikan tujuan pembelajaran untuk pertemuan ini.

KEGIATAN INTI (60 MENIT)

Eksplorasi Permutasi Unsur Sama (Meaningful Learning):

- Guru menyajikan masalah: "Berapa banyak susunan huruf yang bisa dibentuk dari kata 'MAMA'?"
- Peserta didik mencoba mencari tahu dan membandingkan hasilnya dengan permutasi unsur berbeda. Guru membimbing mereka untuk menemukan adanya "pengulangan" karena unsur yang sama.
- Guru memperkenalkan rumus permutasi unsur sama dan memberikan contoh aplikasi.

Eksplorasi Permutasi Siklis (Joyful Learning, Kreativitas):

- Guru dapat menggunakan simulasi sederhana (misalnya, peserta didik berdiri dan membentuk lingkaran, lalu mencoba bertukar posisi) untuk memvisualisasikan konsep permutasi siklis.
- Peserta didik diminta mengidentifikasi perbedaan antara permutasi linear dan siklis.
- Guru memperkenalkan rumus permutasi siklis.

Studi Kasus & Pemecahan Masalah (Penalaran Kritis, Kolaborasi):

- Peserta didik kembali bekerja dalam kelompok. Setiap kelompok diberikan 2-3 studi kasus yang melibatkan permutasi unsur sama dan permutasi siklis dengan tingkat kesulitan yang bervariasi (diferensiasi konten).
- Mereka berdiskusi, menerapkan rumus, dan memecahkan masalah. Guru memberikan tantangan tambahan untuk peserta didik yang sudah menguasai konsep (diferensiasi produk).

Presentasi Solusi & Diskusi:

- Perwakilan kelompok mempresentasikan solusi mereka.
- Diskusi kelas untuk menganalisis strategi yang digunakan dan membandingkan hasil.

KEGIATAN PENUTUP (15 MENIT)

Refleksi & Koneksi (Meaningful Learning):

- Guru memfasilitasi diskusi singkat mengenai aplikasi permutasi dalam kehidupan sehari-hari yang belum sempat dibahas. "Di mana lagi ya kita bisa menemukan konsep permutasi ini?"
- Guru meminta peserta didik untuk membuat satu kalimat refleksi tentang pemahaman mereka terhadap seluruh materi permutasi.
- **Kesimpulan & Penguatan:** Guru bersama peserta didik merangkum konsep-konsep kunci yang telah dipelajari dalam Bab Permutasi.
- **Umpan Balik & Evaluasi:** Guru memberikan umpan balik umum dan spesifik terhadap kinerja kelompok dan individu selama pembelajaran.
- **Perencanaan Pembelajaran Selanjutnya:** Guru memberikan gambaran singkat tentang topik berikutnya (Kombinasi) dan memberikan tugas proyek kecil (misalnya, mencari 3 contoh aplikasi permutasi dalam kehidupan sehari-hari dan menjelaskan penyelesaiannya) yang akan dikumpulkan pada pertemuan berikutnya.

G. ASESMEN PEMBELAJARAN

A. ASESMEN AWAL PEMBELAJARAN (DIAGNOSTIK)

- **Tujuan:** Mengidentifikasi pengetahuan prasyarat dan kesiapan belajar peserta didik.
- **Format:** Kuis singkat interaktif (misalnya, Kahoot! atau Quizizz) atau lembar kerja pre-test yang berisi 3-5 soal pilihan ganda sederhana tentang faktorial dan konsep dasar pengaturan objek.
- **Contoh Pertanyaan/Tugas:**
  - Hitunglah nilai dari 5!.
  - Ada berapa cara 3 orang bisa duduk di 3 kursi yang berjejer?
  - (Pilihan ganda) Manakah di antara situasi berikut yang menunjukkan pentingnya urutan? (misalnya: memilih ketua dan wakil ketua, memilih 3 permen dari sebuah toples).

B. ASESMEN PROSES PEMBELAJARAN (FORMATIF)

- **Tujuan:** Memantau pemahaman peserta didik selama proses pembelajaran dan memberikan umpan balik segera.
- **Format:**
  - **Observasi:** Guru mengamati partisipasi peserta didik dalam diskusi kelompok, kemampuan bekerja sama (Kolaborasi), dan kemandirian dalam menyelesaikan tugas. (Lembar Observasi dengan rubrik sederhana)
  - **Penilaian Kinerja/Diskusi:** Penilaian terhadap hasil diskusi kelompok dan presentasi. (Rubrik penilaian presentasi dan diskusi)
  - **Kuis Singkat/Tanya Jawab:** Di tengah atau akhir sesi inti pelajaran untuk mengecek pemahaman. (Contoh: "Jelaskan perbedaan antara permutasi unsur berbeda dan permutasi siklis dengan kata-katamu sendiri.")
  - **Umpan Balik Sejawat:** Peserta didik saling memberikan umpan balik terhadap hasil kerja kelompok atau presentasi teman.
- **Contoh Pertanyaan/Tugas:**
  - Saat diskusi kelompok, guru dapat menanyakan: "Mengapa urutan penting dalam masalah ini?" atau "Bagaimana kalian yakin semua kemungkinan sudah terhitung?" (Penalaran Kritis)
  - Tugas individu: "Berikan contoh lain dari kehidupan sehari-hari yang dapat diselesaikan dengan konsep permutasi unsur sama." (Kreativitas)

C. ASESMEN AKHIR PEMBELAJARAN (SUMATIF)

- **Tujuan:** Mengukur pencapaian tujuan pembelajaran secara keseluruhan.
- **Format:**
  - **Tes Tertulis:** Soal esai atau uraian yang mencakup berbagai jenis permutasi (unsur berbeda, unsur sama, siklis) dan aplikasi kontekstual.
  - **Penilaian Proyek (Opsional):** Peserta didik ditugaskan untuk membuat sebuah proyek sederhana (misalnya, membuat "game" atau "puzzle" yang melibatkan permutasi, atau merancang sebuah sistem pengkodean sederhana) dan mempresentasikan hasilnya.
- **Contoh Pertanyaan/Tugas (Tes Tertulis):**
  1. Tentukan banyaknya susunan berbeda yang dapat dibentuk dari huruf-huruf

pada kata "MATEMATIKA".

2. Enam orang akan duduk mengelilingi meja bundar. Berapa banyak cara mereka dapat duduk jika ada dua orang tertentu harus selalu duduk berdampingan?
3. Sebuah kode PIN terdiri dari 4 digit angka. Berapa banyak kode PIN yang dapat dibuat jika setiap digitnya harus berbeda dan tidak boleh diawali dengan angka 0?
4. (Soal Kontekstual) Dalam sebuah perlombaan lari cepat yang diikuti oleh 8 peserta, akan diambil juara 1, juara 2, dan juara 3. Berapa banyak kemungkinan susunan juara yang dapat terjadi? Jelaskan alasan Anda menggunakan konsep permutasi dalam penyelesaian masalah ini.